TD 02 Probabilités, v2

NOM : ..... **Prénom :** ..... **Note :** .....

Exercice 1

Une entreprise commande, auprès de deux fournisseurs A et B, un modèle d'appareil électronique qu'elle souhaite commercialiser.
Les appareils électroniques du stock de l'entreprise proviennent à 80 % du fournisseur A.
Les 20 % restants proviennent du fournisseur B. On a remarqué que 1,5 % des appareils électroniques du fournisseur A sont défectueux et 4 % de ceux du fournisseur B sont défectueux.

– Partie A –

On prélève au hasard un appareil électronique dans le stock de l'entreprise et on considère les événements :

- A : « l'appareil provient du fournisseur A » ;
- B : « l'appareil provient du fournisseur B » ;
- D : « l'appareil est défectueux ».

1. Donner les probabilités P(A) et P(B), ainsi que les probabilités conditionnelles $P_A(D)$ et $P_B(D)$.
2. Modéliser cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
3. Calculer la probabilité de l'événement D.
4. On constate qu'un appareil est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur A ?

Dans la suite, on considère que 2 % des appareils du stock de l'entreprise sont défectueux.

– Partie B –

Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième si besoin.
Un client commande auprès de l'entreprise un lot de 150 appareils.
Le stock de l'entreprise est suffisamment important pour assimiler le choix des 150 appareils à des tirages successifs avec remise.
On note X la variable aléatoire qui associe à tout lot de 150 appareils, le nombre d'appareils défectueux.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et donner les paramètres de cette loi.
2. Calculer l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire X.
3. Calculer la probabilité que 4 appareils exactement soient défectueux.
4. On admet que la loi de la variable aléatoire X peut être approchée par la loi d'une variable aléatoire Y qui suit la loi de Poisson de paramètre λ.
   a. Justifier que $\lambda = 3$.
   b. Déterminer, à l'aide de cette loi de Poisson, la probabilité qu'au moins 5 appareils soient défectueux.

– Partie C –

Une grossiste commande auprès de l'entreprise un lot de 1 500 appareils. On assimile le choix des 1 500 appareils à des tirages successifs avec remise.
La variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'appareils défectueux dans un lot de 1 500 appareils, suit une loi binomiale. On admet que la loi de cette variable aléatoire peut être approchée par la loi d'une variable aléatoire Z qui suit la loi normale de moyenne 30 et d'écart-type 5,42.

1. Justifier le choix des paramètres de la loi normale.
2. Donner une approximation de la probabilité qu'il y ait entre 25 et 35 appareils défectueux, c'est-à-dire en calculant $P(24{,}5 \leqslant Z \leqslant 35{,}5)$, valeur arrondie à 0,001.
3. Calculer $P(Z \leqslant 20{,}5)$ et en donner une valeur arrondie à 0,001.
   Donner une interprétation du résultat en termes d'appareils défectueux.

Licence Ouverte Etalab 2.0

Licence Ouverte Etalab 2.0

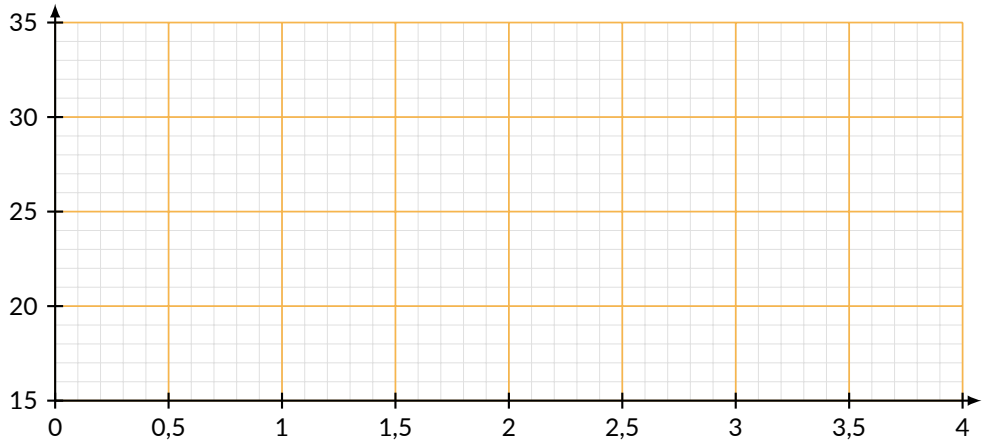
Exercice 2 ··· FIL ROUGE *DRONE* ···

Une entreprise de livraison étudie l'autonomie de ses drones en fonction de la charge transportée. Pour différentes charges x (en kg), on a mesuré la durée de vol moyenne y (en minutes) :

Charge x (kg)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Durée de vol y (min)	32,0	30,1	28,2	25,8	24,1	21,9

– Partie A –

1. Représenter le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à la série statistique précédente.



2. À la calculatrice, donner le coefficient de corrélation linéaire r de cette série (arrondi au millième). Un ajustement linéaire est-il pertinent ?
3. a. Donner une équation de la droite de régression de y en x, les coefficients étant arrondis au centième.
   b. Tracer cette droite de régression dans le repère précédent.
4. Estimer la durée de vol d'un drone transportant une charge de 2,2 kg.
5. Déterminer la charge maximale (arrondie à 0,1 kg) permettant une durée de vol d'au moins 20 minutes.

– Partie B –

Pour une charge de 1,5 kg, on admet que la durée de vol X (en minutes) d'un drone pris au hasard suit la loi normale d'écart-type 3 et dont la moyenne est la durée prévue par la droite de régression de la partie A, arrondie à l'unité.

1. Justifier que la moyenne de cette loi normale est égale à 28.
2. Calculer $P(X \geqslant 25)$ (en arrondissant au millième) et interpréter le résultat en termes de drones.
3. Calculer, en arrondissant au millième, $P(24 \leqslant X \leqslant 32)$.
4. Le constructeur souhaite annoncer une « autonomie garantie ».
   Déterminer le réel t, arrondi au dixième, tel que $P(X \geqslant t) = 0{,}95$. Interpréter le résultat.

– Partie C –

Un drone chargé de 1,5 kg est jugé « apte à la mission » si sa durée de vol est d'au moins 25 minutes. D'après la partie B, la probabilité qu'un drone soit apte est $p = 0{,}84$ (valeur arrondie au centième).
Une mission mobilise 40 drones choisis au hasard dans le parc de l'entreprise, suffisamment important pour assimiler ce choix à des tirages successifs avec remise. On note Y le nombre de drones aptes à la mission parmi ces 40 drones.

1. Justifier que Y suit une loi binomiale et donner ses paramètres.
2. Calculer l'espérance et l'écart-type de Y (arrondis au centième).
3. À la calculatrice, calculer la probabilité qu'au moins 36 drones soient aptes, arrondie au millième.
4. On admet que la loi de Y peut être approchée par la loi d'une variable aléatoire Z qui suit la loi normale de moyenne 33,6 et d'écart-type 2,32.
   En utilisant cette loi, donner une approximation de $P(Y \geqslant 36)$, arrondie au millième.

Licence Ouverte Etalab 2.0

Licence Ouverte Etalab 2.0