



Une entreprise fabrique et commercialise des enceintes bluetooth. On note x le nombre de **centaines** d'enceintes fabriquées et vendues au cours d'un mois, avec $x \in [0 ; 40]$.

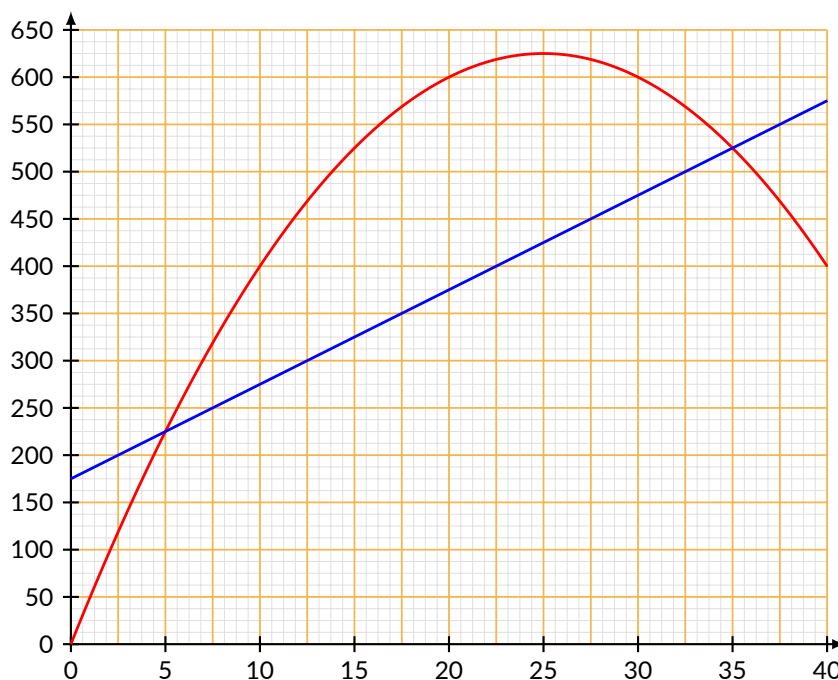
Une étude a permis d'établir que, pour un mois donné :

- la **recette** $R(x)$, en centaines d'euros, est donnée par $R(x) = -x^2 + 50x$;
- le **coût de production** $C(x)$, en centaines d'euros, est donné par $C(x) = 10x + 175$.

On note $B(x)$ le **bénéfice** mensuel de l'entreprise (en centaines d'euros), défini par $B(x) = R(x) - C(x)$.

Partie A – Une première lecture graphique

On donne ci-dessous la représentation graphique des fonctions R et C sur l'intervalle $[0 ; 40]$.



1. Identifier, en justifiant, la courbe de la fonction C et la courbe de la fonction R dans le graphique précédent.
2. Par lecture(s) graphique(s), préciser les valeurs de x pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice **positif**.
3. Expliquer comment le bénéfice $B(x)$ pourrait être visualisé sur le graphique précédent.

Partie B – Différentes écritures

1. Justifier que, pour tout $x \in [0 ; 40]$, $B(x) = -x^2 + 40x - 175$ (on détaillera le calcul).
2.
 - a. Mettre B sous forme canonique.
 - b. Vérifier que $B(x) = -(x - 5)(x - 35)$.

Partie C – Exploitations

1.
 - a. Déterminer le tableau de variations de la fonction B sur $[0 ; 40]$.
 - b. Déterminer le nombre d'enceintes à fabriquer et à vendre pour obtenir un bénéfice maximal, puis préciser ce bénéfice maximal.
2.
 - a. Résoudre l'équation $B(x) = 0$ puis interpréter les solutions obtenues dans le contexte de l'exercice.
 - b. Dresser, sur $[0 ; 40]$, le tableau de signes de $B(x)$.
 - c. Pour quelles quantités **d'enceintes** l'entreprise doit-elle produire et vendre chaque mois pour être rentable ? Ce résultat est-il cohérent avec la lecture graphique de la partie A ?

Partie D – Pour aller un peu plus loin

L'entreprise se fixe comme objectif de réaliser, sur un mois, un bénéfice de 20 000 euros, soit 200 centaines d'euros.

1.
 - a. Montrer que cela revient à résoudre l'équation $(x - 20)^2 = 25$.
 - b. Résoudre cette équation.
2. Quelle(s) quantité(s) d'enceintes l'entreprise doit-elle produire et vendre pour atteindre exactement cet objectif ?